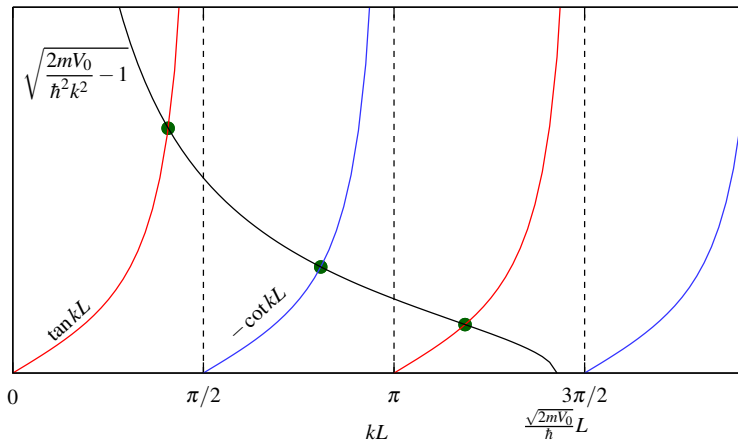
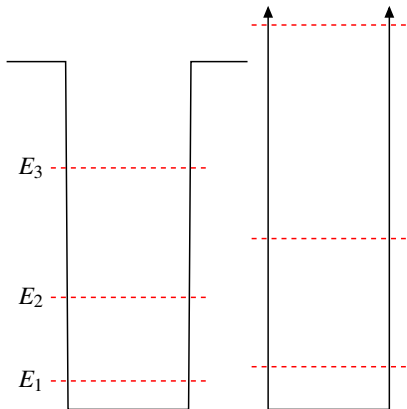


Äärellisen potentiaalikuopan energiatilat



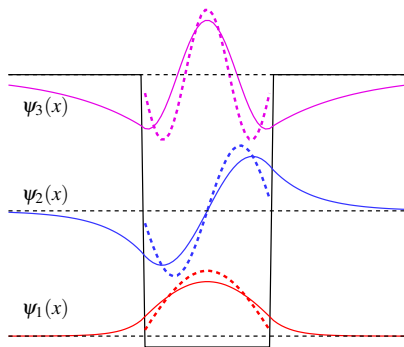
Ratkaistava $\tan kL = \kappa/k$ tai $-\cot kL = \kappa/k$.



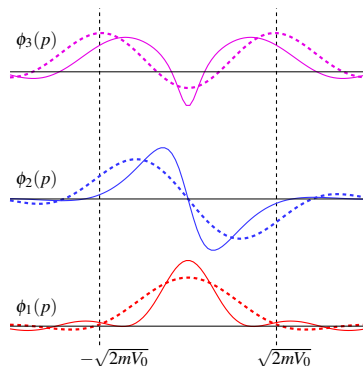
Äärellisen ja äärettömän
potentiaalikuopan sidottujen
tilojen energiat.

Suorakulmaisen kuopan aaltofunktiot

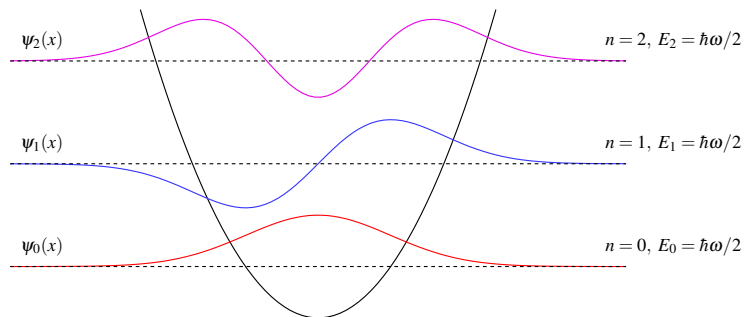
Sidottujen tilojen aaltofunktiot
(katkoviiva = ääretön kuoppa).



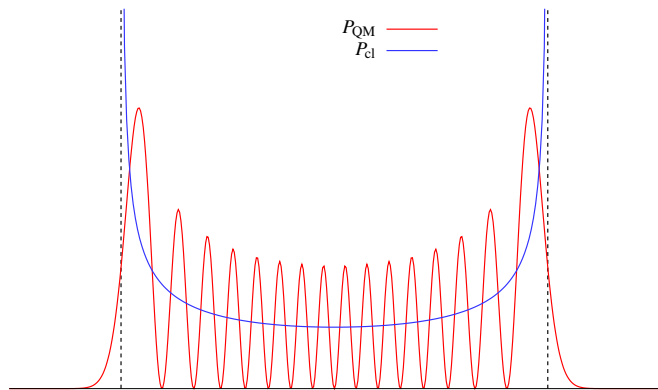
Vastaavat impulssiavaruuden
aaltofunktiot.



Harmonisen oskillaattorin alimpien tilojen aaltofunktiot



Harmoninen vs. klassinen oskillaattori



Paikan todennäköisyysjakauma klassiselle värähtelijälle on

$$P_{cl} = \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}},$$

missä A on klassinen käännealue $A = \sqrt{2E/m\omega^2}$.

Vetyatomin radiaaliset aaltofunktiot

$$R_{10}(r) = \left(\frac{Z}{a}\right)^{3/2} 2e^{-Zr/a}$$

$$R_{20}(r) = \left(\frac{Z}{2a}\right)^{3/2} (2 - Zr/a)e^{-Zr/2a}$$

$$R_{21}(r) = \left(\frac{Z}{2a}\right)^{3/2} \frac{Zr}{\sqrt{3}a} e^{-Zr/2a}$$

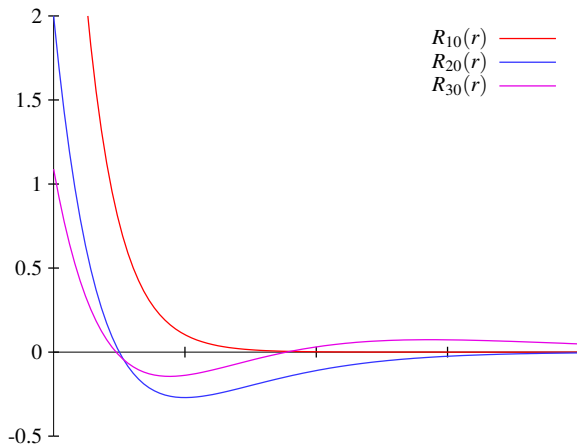
Integraaleja:

$$\langle r^k \rangle \equiv \int_0^\infty dr r^{2+k} [R_{nl}(r)]^2$$

$$\langle r \rangle = \frac{a}{2Z} [3n^2 - \ell(\ell + 1)] \quad \langle r^2 \rangle = \frac{a^2 n^2}{2Z^2} [5n^2 + 1 - 3\ell(\ell + 1)]$$

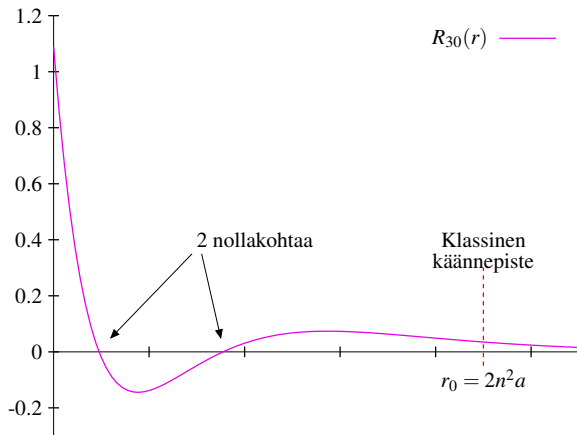
$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{Z}{n^2 a} \quad \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \frac{Z^2}{n^3 a^2 (\ell + \frac{1}{2})}$$

Vetyatomin ($\ell = 0$) radiaaliset aaltofunktiot

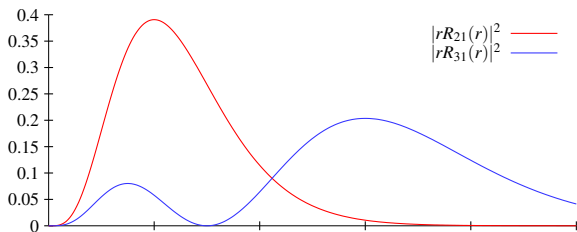
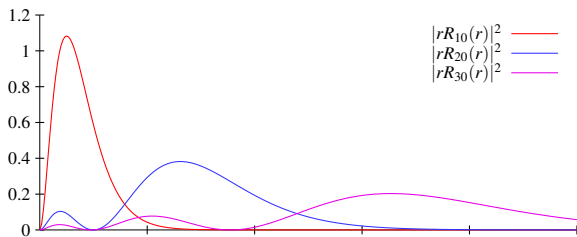


Ortogonaalisia: $\int_0^\infty dr r^2 R_{n,\ell} R_{n',\ell} = 0$ (kun $n \neq n'$)

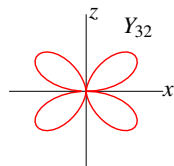
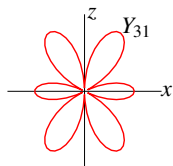
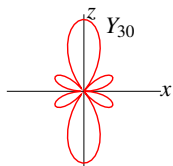
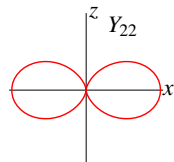
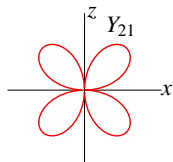
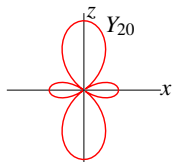
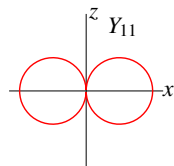
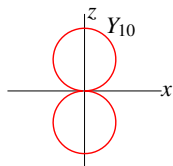
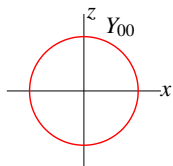
Radiaalifunktion R_{30} ominaisuuksia



Todennäköisyystiheys r -suunnassa ($\ell = 0, 1$)



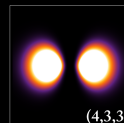
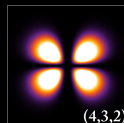
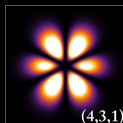
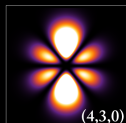
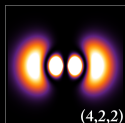
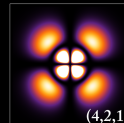
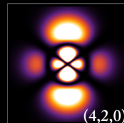
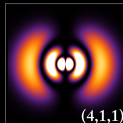
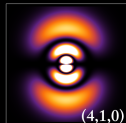
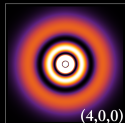
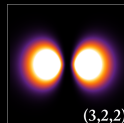
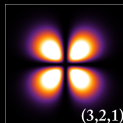
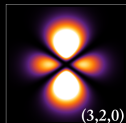
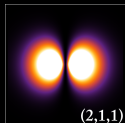
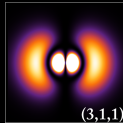
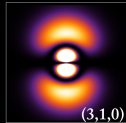
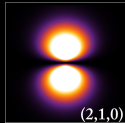
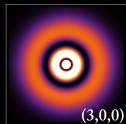
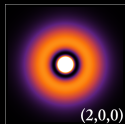
Palloharmonisten funktioiden muoto



Hydrogen Wave Function

Probability density plots.

$$\psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = \sqrt{\left(\frac{2}{na_0}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]} e^{-\rho/2} \rho^l L_{n-l-1}^{2l+1}(\rho) \cdot Y_{lm}(\vartheta, \varphi)}$$



Kvanttikryptografia, menetelmä

1. A valmistaa N hiukkasparia tilaan $|\psi\rangle$ ja lähettää toisen B:lle
2. A ja B mittaavat kumpikin tahollaan hiukkasensa spinin satunnaisesti joko x - tai z -suuntaan
3. B valitsee rN hiukkasta ja avoimesti kertoo A:lle valitsemansa suunnan ja saamansa tuloksen
4. A vertaa omiin tuloksiinsa: jos molemmat valitsivat saman akselin ($\sim rN/2$ paria), tulokset ovat samat näille hiukkasille
5. jos E salakuunteli, tulokset eroavat $\sim rN/8$ tapauksessa
6. A huomaa tulokset samoiksi \Rightarrow ei salakuuntelijaa, ja kertoo sen avoimesti B:lle
7. B kertoo A:lle avoimesti valitsemansa suunnan loppuista $(1 - r)N$ parista (mutta ei tuloksia!)
8. Jäljellä on $\sim (1 - r)N/2$ paria, joissa molemmilla on sama suunta \Rightarrow sama tulos, jonka vain A ja B tietävät. Näiden parien numeroita voi käyttää viestintään.