Topological defects

Emmi Ruokokoski

Kertaus

- Magneettisessa trapissa Bose-Einstein kondensaatin spin on fiksattu → skalaarikondensaatti
- Optinen trappi → spinorikondensaatti
- Ultrakylmäksi jäähdytettyä kondensaattia voidaan kuvata klassisella järjestysparametrilla:

  skalaari: $\Psi(\boldsymbol{r}, t) = |\Psi(\boldsymbol{r}, t)| e^{i \arg(\Psi(\boldsymbol{r}, t))} = \sqrt{\rho(\boldsymbol{r}, t)} e^{iS(\boldsymbol{r}, t)}$

  spinori: $\Psi(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\rho(\boldsymbol{r})} \zeta(\boldsymbol{r})$
- Topologiset defektit ovat fysikaalisen avaruuden alueita, jossa järjestysparametrin vaihe ei ole yksikäsitteisesti määrätty

Defektien luokittelu

- Defektit voidaan jakaa piste- , viiva- ja pintadefekteihin
- Luokittelu voidaan tehdä topologisin keinoin **homotopiaryhmien** avulla
- Matemaattisesti järjestysparametri on jatkuva kuvaus $f : R \to M$, missä $R \subset \mathbb{R}^3$ on fysikaalisen avaruuden alue ja *M* on **järjestysparametriavaruus**.
- Kun tunnetaan BEC:n järjestysparametri, saadaan siitä määritettyä *M* ja edelleen homotopiaryhmät ja mahdolliset defektit

- Avaruuden *M* n:s homotopiaryhmä $\pi_n(M)$ koostuu jatkuvien kuvausten $f: S^n \to M$ ekvivalenssiluokista
- $\mathbb{R}^3$:ssa $\pi_1(M)$ kuvaa vortekseja, $\pi_2(M)$ kuvaa singulaarisia pistedefektejä ja $\pi_3(M)$ skyrmioneja.

Skalaarikondensaatti

$$\pi_n\left(\mathbb{R}_+ \times S^1\right) = \pi_n\left(\mathbb{R}_+\right) \oplus \pi_n\left(S^1\right) = \pi_n\left(S^1\right)$$

$$\Rightarrow \quad \pi_1\left(S^1\right) = \mathbb{Z}$$

- Vorteksit mielivaltaisella kiertoluvulla mahdollisia

Spinorikondensaatti

$$\pi_n\left(SO\left(3\right)\right) = \pi_n\left(\mathbb{R}P^3\right) \cong \pi_n\left(S^3\right) \cong \pi_n\left(SU\left(2\right)\right)$$

$$\pi_1\left(SO\left(3\right)\right) \cong \pi_4\left(S^3\right) = \pi_4\left(SU\left(2\right)\right) \cong \mathbb{Z}_2$$

$$\pi_2\left(SO\left(3\right)\right) \cong 0 \qquad \pi_3\left(SO\left(3\right)\right) \cong \mathbb{Z}$$

Kiitos!