Mustat aukot-

yleiskatsaus

Lasse Franti

Helsingin yliopisto

Seminaariesitelmä 4.10.2010

Johdantoa

- Mikä se on?
- Suljettu joukko$\Rightarrow$ Kerr-Newman
- Tarkat ratkaisut
- Yksikäsitteisyys

Schwarzschild

- Pallosymmetrinen tyhjiöratkaisu
- Tärkein ja testatuin metriikka
- $$-(1-\frac{2GM}{r})dt^2+(1-\frac{2GM}{r})^{-1}dr^2+r^2(d\theta^2+sin^2\theta d\varphi^2) = ds^2$$
- Birkhoff
- Radat ja geodeettinen liike
- Horisontti

Testit

- Perihelin prekessio $\varphi = \frac{6\pi GM}{p}$
- Valon taipuminen $\alpha = \frac{4GM}{b}$
- Shapiron viivastymä
- Cassini
- Doppler
- Geodeettinen efekti $\Delta\alpha = \frac{3\pi GM}{r}$
- Gravity Probe-B

Sisäinen ratkaisu

- Pallosymmetrinen massa
- Sileä ytimessä ja pinnalla
- Tolman-Oppenheimer-Volkoff-yhtälö
- Buchdahlin teoreema
- Realistiset tilanyhtälöt ja rajamassat+havainnot $\Rightarrow$ mustat aukot todennäköisiä.

Reissner-Nordström

- Varattu pallosymmetrinen ratkaisu
- $$-(1-\frac{2GM}{r}+\frac{GQ^2}{r^2})dt^2+(1-\frac{2GM}{r}+\frac{GQ^2}{r^2})^{-1}dr^2+$$
$$r^2(d\theta^2+\sin^2(\theta)d\varphi^2)=ds^2=-d\tau^2$$
- Muistuttaa Schwarzschildiä
- Sähkökentän energian osuus kaarevuuteen
- Ei kuvaa sähkökenttää
- Kaksi pallomaista horisonttia, joista ulompi merkityksellinen.

Sähkökenttä

- Energialiikemäärä Lagrangen tiheydestä

$$T^{\mu\nu} = 4\pi[F^{\mu\alpha}F^{\nu}{}_{\alpha} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}]$$

- Energia ja Poyntingin vuo

$$T^{00} = \frac{E^2 + B^2}{8\pi} \quad T^{0j} = \frac{(E \times B)^j}{4\pi}$$

- Sähkökenttä radiaalinen

Kerr

- Aksiaalisymmetrinen tyhjiöratkaisu
- Pyörivä aukko
- $$-(1-\frac{2GMr}{\rho^2})dt^2-\frac{2GRar\sin^2\theta}{\rho^2}(dtd\varphi+d\varphi dt)+\frac{\rho^2}{\Delta}dr^2+$$
$$\rho^2 d\theta^2+\frac{\sin^2\theta}{\rho^2}[(r^2+a^2)^2-a^2\Delta\sin^2\theta]d\varphi^2=ds^2=-d\tau^2$$
$$\Delta(r)=r^2-2GMr+a^2$$
$$\rho^2(r,\theta)=r^2+a^2\cos^2\theta$$
- Ei-diagonaalinen
- Realistisin
- Horisontit

Kerr

- Lense-Thirring
- Radan kertymä
- LAGEOS
- Vektorin kiertymä
- Gravity Probe B?
- Kiertoliikkeen rajoittuminen ja ergosfääri

$$\Omega_{min} = \omega - \sqrt{\omega^2 - \frac{g_{tt}}{g_{\varphi\varphi}}} \quad \Omega_{max} = \omega + \sqrt{\omega^2 - \frac{g_{tt}}{g_{\varphi\varphi}}}$$

$$\omega = -\frac{g_{\varphi t}}{g_{\varphi\varphi}}$$

$$r = M + \sqrt{M^2 - a^2\cos^2\theta} \quad r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2}$$

Kerr-Newman

- Pyörivä varattu aukko
- Yleisin mahdollinen stationaarinen asymptoottisesti laakea aukko
- $$-\frac{\Delta}{\rho^2}[dt - a\sin^2\theta d\varphi]^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}[(r^2 + a^2)d\varphi - adt]^2 +$$
  $$\frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 + \rho^2 d\theta^2$$
  $$\Delta(r) = r^2 - 2GMr + a^2 + GQ^2$$
  $$\rho^2(r,\theta) = r^2 + a^2\cos^2\theta$$
- Varauksettomalle testihiukkaselle laskut samanlaisia kuin Kerrin metriikassa.
- Magneettinen dipoli

Säilyvät suureet

- Täydellisen gravitaatioromahduksen lopputila on Kerr-Newman-geometria.
- Myöhemmät perturbaatiot häviävät jättäen luonnollisen kontribuution suureisiin M, J ja Q.
- Lopputilassa vain monopolikentät, jotka voidaan määritellä pintaintegraaleilla.
- Vastaavat klassisia suureita ja symmetrioita.
- Aukko on "jäätynyt" ympäröivään geometriaan.

Kiitos!